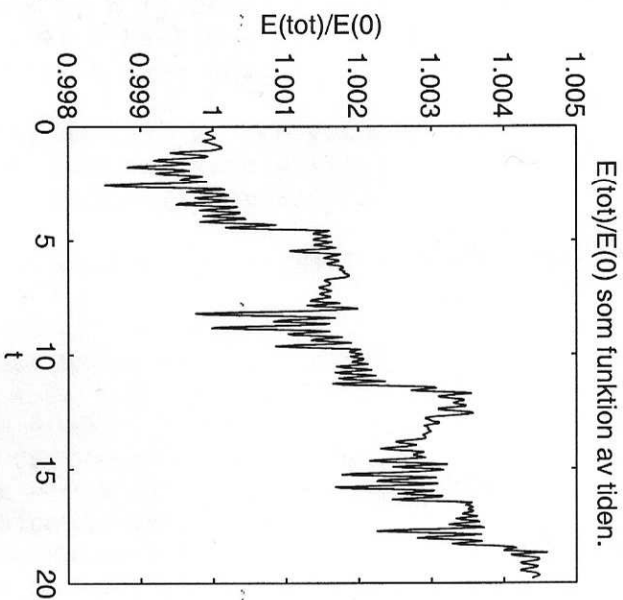
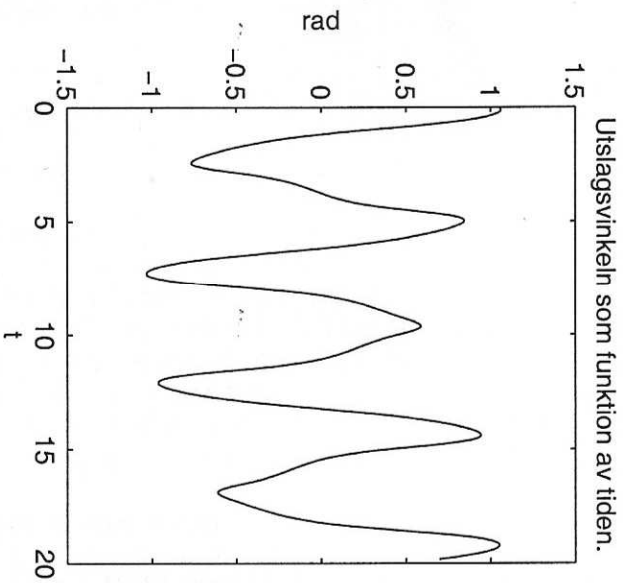
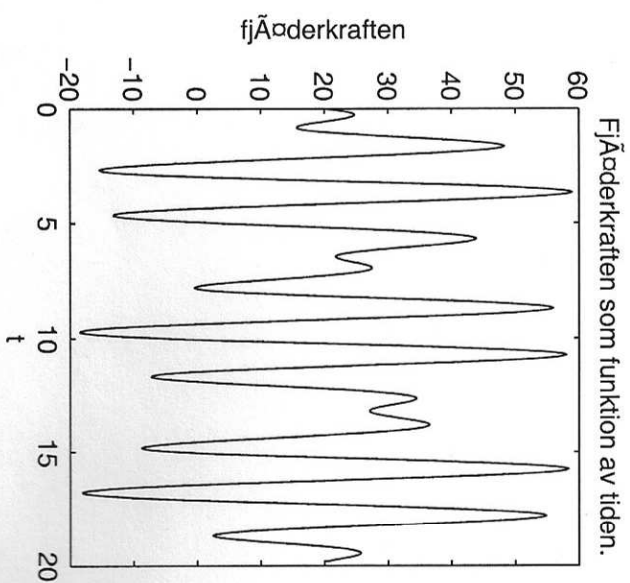
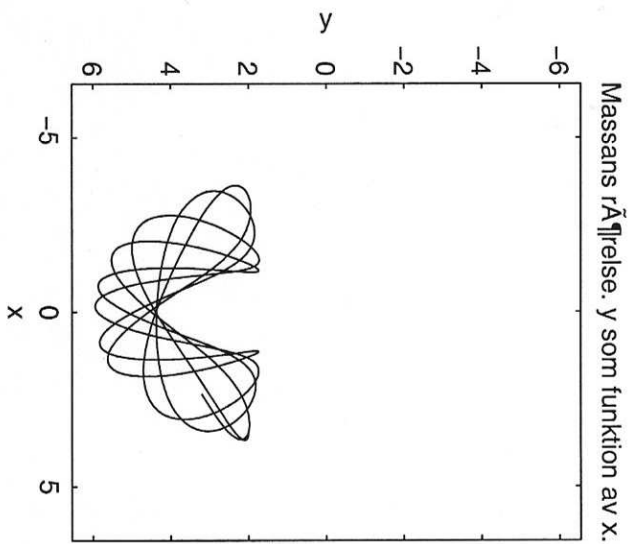
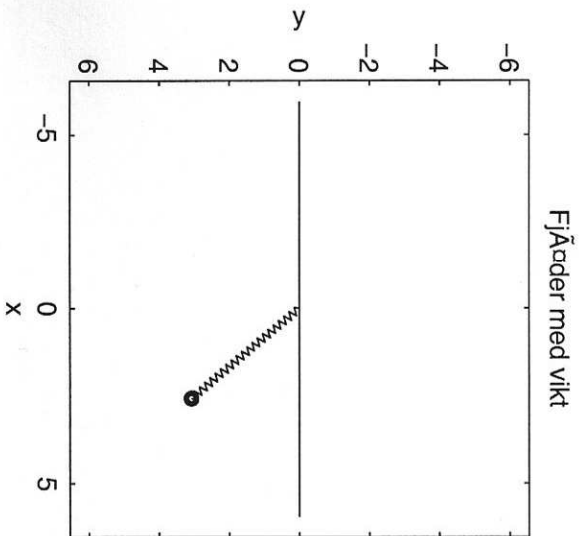


Mekanikuppgift Mekanik Z, I, TD 09/10

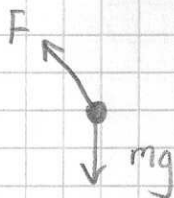
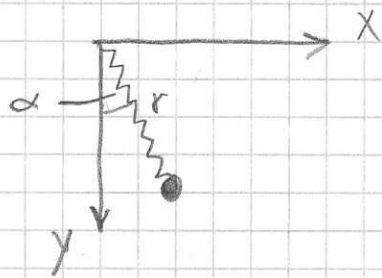
Mikael Pettersson, mikpet@student.chalmers.se, 8610165972

Sebastian Nilsson, sebnil@student.chalmers.se, 8901026974

Z2



①



$$x = \sqrt{r^2 + y^2}$$

$$y = \sqrt{r^2 + x^2}$$

Krafterna som verkar på lasten, uppdelat på koordinataxlarna.

$$\downarrow: mg - k(y - b \cos \alpha) = m\ddot{y} = 0$$

Gör om α till x och y .

$$\downarrow: mg - k\left(y - by \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) = m\ddot{y} = 0$$

$$\ddot{y} + \frac{k}{m}\left(y - by \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) = g$$

$$\rightarrow: -k(x - b \sin \alpha) = m\ddot{x} = 0$$

Gör om α till x och y .

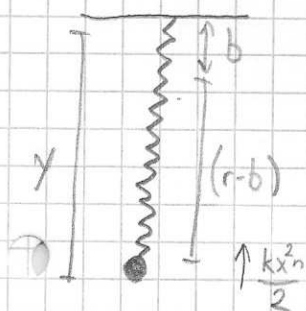
$$\rightarrow: -k\left(x - bx \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) = m\ddot{x} = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}\left(x - bx \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) = 0$$

(2)

Potentiell energi i fjädern

$$E_f = \int_0^{x_n} kx \, dx = \frac{kx_n^2}{2} \quad \text{där } x_n \text{ är fjäderns utsträckning}$$



Antag att lasten hängandes i fjädern står still.
Då är tyngdkraften $\cdot$ utsträckning lika stor
som den fjäderkraft som försöker dra upp
lasten.

Vi får att potentiell energi, U , är:

$$mgy - \frac{k(r-b)^2}{2} \quad (r-b) \text{ är fjäderns utsträckning}$$

Uttryck i x, y istället för r .

$$mgy - \frac{k(\sqrt{x^2+y^2} - b)^2}{2} = U$$

Kinetisk energi

$$\text{är: } \frac{mv^2}{2}$$

Vi har hastighet i både x - och y -led,...

$$\frac{m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{2} = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{m\dot{y}^2}{2} = T$$

Mekanisk energi

(3)

$$E = T - U$$

$E =$ total mekanisk energi

$U =$ potentiell energi

$T =$ kinetisk energi

$$E = \frac{m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}{2} - \left(mgy - \frac{k(\sqrt{x^2 + y^2} - b)^2}{2} \right)$$

$$E = \frac{m}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - mgy + \frac{k}{2} (\sqrt{x^2 + y^2} - b)^2$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} \left(x - b x \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) = 0$$

$$\ddot{y} + \frac{k}{m} \left(y - b y \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) = g$$

$$z = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ -\frac{k}{m} \left(z_1 - b z_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{z_1^2 + z_3^2}} \right) \\ z_4 \\ g - \left(\frac{k}{m} \left(z_3 - b z_3 \cdot \frac{1}{\sqrt{z_1^2 + z_3^2}} \right) \right) \end{bmatrix}$$

med

$$z(0) = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(0) \\ \dot{x}(0) \\ y(0) \\ \dot{y}(0) \end{bmatrix}$$